Los cuartiles deciles y percentiles como medidas de dispersión.

La desviación estándar es la medida de dispersión más generalmente utilizada. No obstante, existen otras formas de describir la variación o dispersión de un conjunto de datos. Un método consiste en determinar la *ubicación* de los valores que dividen un conjunto de observaciones en partes iguales. Estas medidas incluyen los **cuartiles**, **deciles** y **percentiles**.

Los cuartiles dividen a un conjunto de observaciones en cuatro partes iguales. Para explicarlo mejor, piense en un conjunto de valores ordenados de menor a mayor. En el capítulo 3 denominamos *mediana* al valor intermedio de un conjunto de datos ordenados de menor a mayor. Es decir, que 50% de las observaciones son mayores que la mediana y 50% son menores. La mediana constituye una medida de ubicación, ya que señala el centro de los datos. De igual manera, los **cuartiles** dividen a un conjunto de observaciones en cuatro partes iguales. El primer cuartil, representado mediante $Q1$, es el valor debajo del cual se presenta 25% de las observaciones, y el tercer cuartil, representado como $Q3$, es el valor debajo del cual se presenta 75% de las observaciones. Es lógico, $Q2$ es la mediana. $Q1$ puede considerarse como la *mediana* de la mitad inferior de los datos y $Q3$ como la *mediana* de la parte superior de los datos.

Asimismo, los **deciles** dividen a un conjunto de observaciones en 10 partes iguales y los **percentiles** en 100 partes iguales. Por tanto, si su promedio general en la universidad se encuentra en el octavo decil, usted podría concluir que 80% de los estudiantes tuvieron un promedio general inferior al de usted y que 20%, un promedio superior. Un promedio general ubicado en el trigésimo tercer percentil significa que 33% de los estudiantes tienen un promedio general más bajo y 67% tienen un promedio general más alto. Las calificaciones expresadas en percentiles se utilizan a menudo para dar a conocer resultados relacionados con pruebas estandarizadas en Estados Unidos, como SAT, ACT, GMAT (empleado para determinar el ingreso en algunas maestrías de administración de empresas) y LSAT (empleado para determinar el ingreso a la escuela de leyes).

Cuartiles, deciles y percentiles

Para formalizar el proceso de cálculo, suponga que Lp representa la ubicación de cierto percentil que se busca. De esta manera, si quiere encontrar el trigésimo tercer percentil, utilizaría $L33$, y si buscara la mediana, el percentil 50o, entonces $L50$. El número de observaciones es n; así que, si desea localizar la mediana, su posición se encuentra en $(n + 1)/2$, o podría escribir esta expresión como $(n + 1)(P/100)$, en la que P representa el percentil que busca.

Localizacion del percentil $$L_p = (n+1)\frac{P}{100}$$

Un ejemplo ayudará explicar este hecho.

Enseguida aparecen las comisiones que ganó el último mes una muestra de 15 corredores de bolsa en la oficina de Salomon Smith Barney’s Okland, California. Esta compañía de inversiones tiene oficinas a lo largo de Estados Unidos.

Montos en dólares

2038	1758	1637	2097	2047	2205	1787	1721
2287	1940	2311	2054	2406	1471	1460	

Localice la mediana, el primer y el tercer cuartiles de las comisiones ganadas. El primer paso consiste en ordenar los datos de la mínima comisión a la máxima.

1460	1471	1637	1721	1758	1787	1940	2038
2047	2054	2097	2205	2287	2311	2406	

El valor mediano es la observación que se encuentra en el centro. El valor central, o *L*50, se localiza en (*n* + 1)(50/100), en la que *n* representa el número de observaciones. En este caso es la posición número 8, determinada por (15 + 1)(50/100). La octava comisión más grande es de $2 038. Así que ésta es la mediana y la mitad de los corredores obtienen comisiones mayores que $2 038, y la mitad ganan menos de $2 038.

Recordemos la definición de cuartil. Los cuartiles dividen a un conjunto de observaciones en cuatro partes iguales. Por consiguiente, 25% de las observaciones serán menores que el primer cuartil. Setenta y cinco por ciento de las observaciones serán menores que el tercer cuartil. Para localizar el primer cuartil, utilice la fórmula 4.1, en la cual n = 15 y P = 25:

$$L_{25} = (n+1)\frac{P}{100}$$

$$L_{25} = (15+1)\frac{25}{100}$$

$$L_{25} = 4$$

Para localizar el tercer cuartil, n=15 y P=75

$$L_{75} = (n+1)\frac{P}{100}$$

$$L_{75} = (15+1)\frac{75}{100}$$

$$L_{75} = 12$$

Por tanto, los valores del primer y tercer cuartiles se localizan en las posiciones 4 y 12. El cuarto valor en la serie ordenada es $1 721 y el decimosegundo es $2 205. Éstos constituyen el primer y tercer cuartiles.

En el ejemplo anterior, la fórmula de localización arrojó un número entero. Es decir que al buscar el primer cuartil había 15 observaciones, así que la fórmula de localización indica que debería encontrar el cuarto valor ordenado. ¿Si hubiera 20 observaciones en la muestra, es decir n = 20, y quisiera localizar el primer cuartil? De acuerdo con la fórmula de localización 4.1:

$$L_{25} = (n+1)\frac{P}{100}$$

$$L_{25} = (20+1)\frac{25}{100}$$

$$L_{25} = 5{,}25$$

Localizaría el quinto valor en la serie ordenada y enseguida se desplazaría una distancia de 0.25 entre los valores quinto y sexto e informaría a éste como el primer cuartil. Como en el caso de la mediana, el cuartil no necesita ser uno de los valores exactos del conjunto de datos.

Para explicarlo más a fondo, suponga que un conjunto de datos contiene los seis valores: 91, 75, 61, 101, 43 y 104. Busca localizar el primer cuartil. Ordene los valores de menor a mayor: 43, 61, 75, 91, 101 y 104. El primer cuartil se localiza en

$$L_{25} = (n+1)\frac{P}{100}$$

$$L_{25} = (6+1)\frac{25}{100}$$

$$L_{25} = 1{,}75$$

La fórmula de localización indica que el primer cuartil se localiza entre el primero y segundo valores, que representa 0.75 de la distancia entre el primero y segundo valores. El primer valor es 43 y el segundo 61. De esta manera, la distancia entre estos valores es 18. Al localizar el primer cuartil, necesita desplazarse una distancia de 0.75 entre el primero y segundo valores; así, 0.75(18) = 13.5. Para completar el procedimiento, sume 13.5 al primer valor e indique que el primer cuartil es 56.5.

Es posible ampliar la idea para incluir tanto deciles como percentiles. Para localizar el 23º percentil en una muestra de 88 observaciones, busque la posición 18.63.

$$L_{23} = (n+1)\frac{P}{100}$$

$$L_{23} = (80+1)\frac{23}{100}$$

$$L_{23} = 18{,}63$$

Para determinar el valor correspondiente al 23o percentil, localice el 18o valor y el 19o, y determine la distancia entre los dos valores. Enseguida, multiplique esta diferencia por 0.63 y sume el resultado al valor más pequeño. El resultado sería el 23o percentil.

EJERCICIOS

1. Determine la mediana y los valores correspondientes al primer y tercer cuartiles en los siguientes datos.

46	47	49	49	51	53	54	54	55	55	59

Respuesta:

Mediana: 53
Q1=49
Q3= 55

2. Thomas Supply Company, Inc., es un distribuidor de generadores de gas. Como en cualquier negocio, el tiempo que les lleva a los clientes pagar sus recibos es importante. En la siguiente lista, en orden de menor a mayor, aparece el tiempo, en días, de una muestra de recibos de Thomas Supply Company, Inc.

13	13	13	20	26	27	31	34	34	34	35	35	36	37	38
41	41	41	45	47	47	47	50	51	53	54	56	62	67	82

a) Determine el primer y tercer cuartiles.
b) Determine el segundo decil y el octavo decil.
c) Determine el 67o percentil.

Respuesta:

a) Q1=33,25 Q3=50,25
b) D2=27,8 D8=52,6
c) P67=47

3. La tasa de recuperación de 21 acciones es la siguiente:

8	10	10	9	9	11	8	10	10	11	8
8	8	8	12	9	8	10	10	9	10	

a) Determine el primer cuartil
b) Calcule el percentil 75

Respuestas

a) Q1=8
b) P75=10

4. Se dan las lecturas de temperaturas altas durante junio de 1995 en Phoenix, Arizona. Encuentre el percentil 70

84 86 78 69 94 95 94 98 89 87 88 89 92 99 102
94 92 96 89 88 87 88 84 82 88 94 97 99 102 105

Respuesta: 94 grados

3-56 La empresa Redi-Mix Incoporated elaboró el siguiente registro del tiempo (redondeado a centésimos de minuto) que esperan sus camiones para la descarga en la obra. Calcules el rango intercuartil.

0.10 0.45 0.50 0.32 0.89 1.20 0.53 0.67 0.58 0.48
0.23 0.77 0.12 0.66 0.59 0.95 1.10 0.83 0.69 0.51

Respuesta: 0,32 minutos.