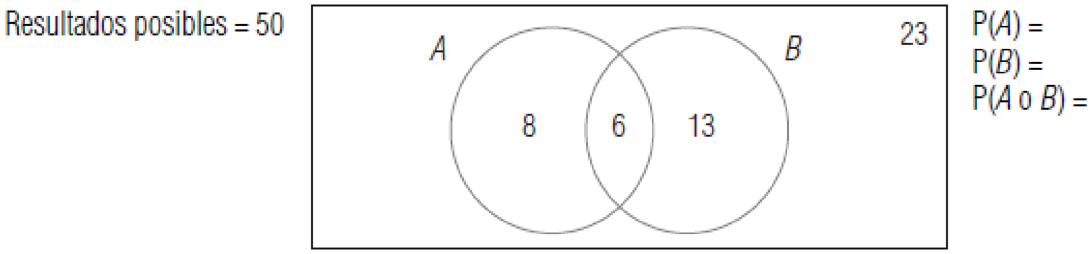
Reglas de probabilidad

Regla de la adicion

1. Del siguiente diagrama de Venn, que indica el número de resultados de un experimento correspondiente a cada evento y el número de resultados que no corresponden a alguno de los dos eventos, proporcione las probabilidades indicadas:



Respuesta

$$P(A) = 14/50 = 0.28 \qquad P(B) = 19/50 = 0.38$$

$$P(A \text{ o } B) = \frac{14}{50} + \frac{19}{50} - \frac{6}{50} = 0.54$$

2. Un inspector de Alaska Pipeline tiene la tarea de comparar la confiabilidad de dos estaciones de bombeo. Cada estación es susceptible de dos tipos de falla: descompostura en el bombeo y fugas. Cuando ocurre una de las dos (o ambas), la estación debe parar. Los datos disponibles indican que prevalecen las siguientes probabilidades:

Estación	P(falla en bombeo)	P(fuga)	P(ambas)
1	0.07	0.10	0
2	0.09	0.12	0.06

¿Qué estación tiene mayor probabilidad de parar?
Respuesta

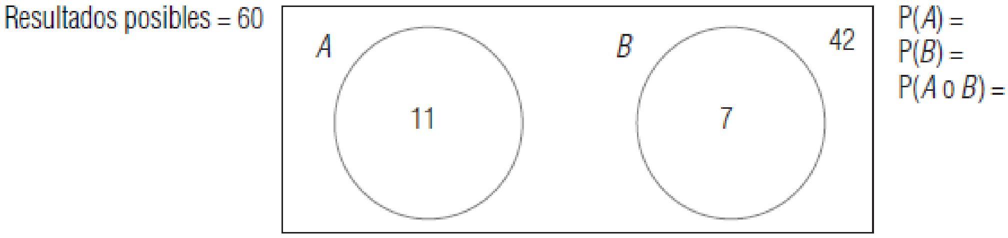
$$P(\text{falla}) = P(\text{falla en bombeo o fuga})$$

$$\text{Estación 1: } 0.07 + 0.01 - 0 = 0.17 \qquad \text{Estación 2: } 0.09 + 0.12 - 0.06 = 0.15$$

Entonces, la estación 1 tiene la mayor probabilidad de parar.

(Levin y Rubin, 141:2004)

3. Los siguientes diagramas de Venn indican el número de resultados de un experimento correspondiente a cada evento y el número de resultados que no corresponden a ningún evento. Tomando en cuenta estos diagramas, dé las probabilidades que se piden:

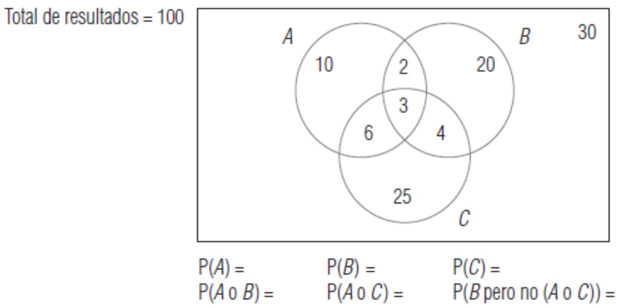


P(A)=11/60= 0,18

P(B)=7/60=0,12

P(A o B) = 0,18+0,12 = 0,30

4. Empleando este diagrama de Venn, dé las probabilidades que se piden:



P(A)= P solo A + P(AB)+P(AC)-P(ABC)

P(A)= 0,1 + 0,05 + 0,09 – 0,03

P(A)=0,21

P(B)= P solo B + P(AB)+P(BC)-P(ABC)

P(B)= 0,2 + 0,05 + 0,07 – 0,03

P(B)=0,29

P(C)= P solo C + P(AC)+P(BC)-P(ABC)

P(C)= 0,25 + 0,09 + 0,07 – 0,03

P(C)=0,38

P (A o B)= P(A) + P(B) - P(AB)

P (A o B)= 0,21 + 0,29 – 0,05

P (A o B)=0,45

P (A o C)= P(A) + P(C) - P(AC)

P (A o C)= 0,21 + 0,38 – 0,09

P (A o C)=0,50

P(B pero no A o C)= P(B) – P(CB) – P (AB)+ P(ABC)

P(B pero no A o C)= 0,29 – 0,07 – 0,05 + 0,03

P(B pero no A o C)= 0,20

P(A o B o C)=P(A) + P (B) + P(C) - P (AB) - P (AC) - P (BC) + P (ABC)

P(A o B o C)= 0,21 + 0,29 + 0,38 – 0,05 – 0,09 – 0,07 + 0,03

P(A o B o C)=0,7

5. En esta sección se desarrollaron dos expresiones para la probabilidad de que ocurra uno de dos eventos, *A* o *B*. Utilice las ecuaciones 4-2 y 4-3:

a) ¿Qué puede decirse de la probabilidad de que ocurran *A* y *B* al mismo tiempo cuando *A* y *B* son *mutuamente excluyentes*?
b) Desarrolle una expresión para la probabilidad de que al menos uno de tres eventos *A*, *B* o *C*, ocurran, es decir, P(*A* o *B* o *C*). No suponga que *A*, *B* y *C* son mutuamente excluyentes.
c) Rescriba la expresión para el caso en que *A* y *B* son mutuamente excluyentes, pero *A* y *C*, y *B* y *C* no los son.
d) Rescriba la expresión para el caso en que *A* y *B*, y *A* y *C* son mutuamente excluyentes pero *B* y *C* no lo son.
e) Rescriba la expresión para el caso en que *A*, *B* y *C* son mutuamente excluyentes entre sí.

Respuesta

a) Cuando A y B son mutuamente excluyentes, P(AyB)=0
b) P(A o B o C) = P(A) + P (B) + P(C) - P (AB) - P (AC) - P (BC) + P (ABC)
c) P(A o B o C) = P(A) + P (B) + P(C) - P (AC) - P (BC)
d) P(A o B o C) = P(A) + P (B) + P(C) - P (BC)
e) P(A o B o C) = P(A) + P (B) + P(C)
   (Levin y Rubin, 142:2004)

6. La HAL Corporation desea mejorar la resistencia de las computadoras personales que construye, con respecto a fallas en la unidad de disco y el teclado. En la actualidad, el diseño de sus computadoras es tal que las fallas de la unidad de disco ocurren un tercio de las veces que falla del teclado. La probabilidad de que se presente una falla conjunta en la unidad de disco y en el teclado es de 0.05.

a) Si la computadora es 80% resistente a fallas en la unidad de disco y/o en el teclado, ¿qué tan baja debe ser la probabilidad de que se presente una falla en la unidad de disco?

Respuesta:

a) P(D) /P (R) = 0,05 / 0,8 = 0,0625

7. La compañía Herr-McFee, que produce barras para combustible nuclear, debe hacer pasar por rayos X e inspeccionar cada barra antes de embarcarla. Karen Wood, una inspectora, ha observado que por cada 1,000 barras que inspecciona, 10 tienen fallas internas, 8 tienen fallas de recubrimiento y 5 tienen ambas fallas. En su informe trimestral, Karen debe incluir la probabilidad de fallas en las barras para combustible.

¿Cuál es esta probabilidad?

P (I)=10/1000=0,01 P(R)=8/1000=0,008 P(IR)=0,005

P (I o R)= P(I) + P(R) - P(IR)

P (I o R)= 0,1 + 0,008 – 0,005

P (I o R)=0,13

(Levin y Rubin, 143:2004)

Probabilidades bajo condiciones de independencia estadística

8. Sol O'Tarry, el administrador de una prisión, revisó los registros de intentos de fuga de los reclusos. Tiene datos que abarcan los 45 años más recientes de funcionamiento de la prisión, ordenados según las estaciones.

Los datos se resumen en la siguiente tabla.

Intentos de escape	Invierno	Primavera	Verano	Otoño
0	3	2	1	0
1- 5	15	10	11	12
6-10	15	12	11	16
11-15	5	8	7	7
16-20	3	4	6	5
21-25	2	4	5	3
Más de 25	2	5	4	2
	45	45	45	45

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un año seleccionado al azar, el número de intentos de fugas haya sido entre 16 y 20 durante el invierno?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se hayan intentado más de 10 fugas durante un verano elegido de manera aleatoria?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se intentaran entre 11 y 20 fugas en una estación seleccionada al azar?

(*Sugerencia:* agrupe los datos.)

EA 4-8 a) $3/45 = 1/15$
b) $(7 + 6 + 5 + 4)/45 = 22/45$
c) $(8 + 12 + 13 + 12)/180 = 45/180 = 1/4$

9. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo hijo de una pareja sea:

a) niño, dado que primero tuvieron una niña?
b) niña, dado que primero tuvieron una niña?

Respuesta:

a) Los eventos son independientes, al existir solo dos probabilidades cada una equivale a 0,5 por tanto P(B/A)= P(B)= 0,5
b) P(A/A)= P(A)=0,5

10. Al lanzar dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener
a) Un total de 7 puntos en el primer lanzamiento, seguido de 11 en el segundo?
b) Un total de 21 puntos en los primeros dos lanzamientos combinados?
c) Un total de 6 en los primeros tres lanzamientos combinados?

A) Primer lanzamiento = {(6,1)(5,2)(4,3)(3,4)(2,5)(1,6)}

Segundo lanzamiento = {(6,5,)(5,6)}

P(p)x P(s) = 6/36 x 2/36=0,009259

B) A = {(4,6) (6,5)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

B = {(4,6) (5,6)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

C = {(5,5) (6,5)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

D = {(5,5) (5,6)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

E = {(6,4) (6,5)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

F = {(6,4) (5,6)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

TOTAL = 6/1269

C) A = {(1,1) (3,1)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

B = {(1,1) (2,2)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

C = {(1,1) (1,3)} = 1/36 X 1/36 = 1/1269

TOTAL = 3/1269

11. Una bolsa contiene 32 canicas: 4 rojas, 9 negras, 12 azules, 6 amarillas y 1 morada. Las canicas se sacan una a la vez con reemplazo. Calcule la probabilidad de que a) la segunda canica sea amarilla dado que la primera fue amarilla.

b) la segunda canica sea amarilla dado que la primera fue negra.
c) la tercera canica sea morada dado que la primera y la segunda fueron moradas.

Canicas	frecuencia	probabilidad
Roja	4	4/32
Negra	9	9/32
Azules	12	12/32
Amarillas	6	6/32
Moradas	1	1/32
Total	32	32/32

Cuando se trabaja un experimento con reemplazo los eventos son independientes por tanto un evento anterior no afecta en nada al evento posterior por tanto las probabilidades se mantienen, recordemos que para eventos independientes P (B/A) = P(B).

A) 6/32
B) 6/32
C) 1/32

12. Jorge, Ricardo, Pablo y Juan juegan de la siguiente manera: cada uno toma de una caja una de cuatro bolas numeradas del 1 al 4. Quien saque la bola con el número más alto pierde; los otros tres regresan sus bolas a la urna y sacan de nuevo. El juego continúa de esta forma hasta que solamente queden dos bolas; en este momento, el que saque la bola número 1 es el ganador.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan no pierda en las dos primeras ocasiones?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo gane el juego?

				No perder	Perder
1	2	3	4	1,2,3 = 3/4	4 = 1 / 4
1	2	3		1,2 = 2/3	3 = 1/3
1	2			1 = 1/2	2 = 1/2

A) 3/4 X 2/3 = 0,5
B) 3/4 X 2/3 X 1/2 = 0,25

Revisar

13. El Departamento de Salud efectúa rutinariamente dos inspecciones independientes a los restaurantes; un restaurante aprobará la inspección sólo si ambos inspectores lo aprueban en cada una de ellas. El inspector
A tiene mucha experiencia, en consecuencia, sólo aprueba 2% de los restaurantes que realmente están violando el reglamento sobre salubridad. El inspector B tiene menos experiencia y aprueba 7% de los restaurantes con fallas. ¿Cuál es la probabilidad de que
a) el inspector A apruebe un restaurante, aun cuando el inspector B haya encontrado violaciones al reglamento?

b) el inspector B apruebe un restaurante que esté violando el reglamento, aun cuando el inspector A ya lo haya aprobado?
c) un restaurante que esté violando el reglamento sea aprobado por el Departamento de Salud?

P(A/B)=P(A)=0.02

P(B/A)=P(B)=0.07

P(AB)=0,02x0,07=0,014

Bien revisado ok

(Levin y Rubin, 149:2004)

14. Rob Rales se encuentra preparando un informe que su empresa en la que trabaja, Titre Corporación, entregará posteriormente al Departamento Federal de Aviación de Estados Unidos. El informe debe ser aprobado primero por el responsable del grupo del cual Rob es integrante, luego por el jefe de su departamento y después por el jefe de la división (en ese orden). Rob sabe, por experiencia, que los tres directivos actúan de manera independiente. Además, sabe también que su responsable de grupo aprueba 85% de sus informes, el jefe del departamento aprueba 80% de los informes de Rob que le llegan y el jefe de la división aprueba 82% de los trabajos de Rob.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera versión del informe de Rob sea enviada al Departamento
Federal de Aviación?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera versión del informe de Rob sea aprobada por su responsable
de grupo y por su jefe de departamento, pero que no sea aprobado por el jefe de división?

	Aprueba	No aprueba
Jefe de grupo (A)	0,85	0,15
Jefe de departamento (B)	0,8	0,2
Jefe de división (C)	0,82	0,18

a) P(A∩B∩C) = 0,85 x 0,80 x 0,82
= 0,5576 o 55,76%
b) P(A∩B∩ no Ċ) = 0,85 x 0,80 x 0,18
=0,1224 o 12,24%

15. Bill Borde, ejecutivo consultor en jefe de la compañía Grapevine Concepts, lanzó recientemente una campaña publicitaria para un nuevo restaurante, The Black Angus. Bill acaba de instalar cuatro anuncios panorámicos en la carretera a la entrada de la ciudad, y sabe, por su experiencia, la probabilidad de que cada anuncio sea visto por un conductor escogido aleatoriamente. La probabilidad de que un conductor vea el primer anuncio es de 0.75; la probabilidad de que el segundo anuncio sea visto es de 0.82; ésta es de 0.87 para el tercero y de 0.9 para el cuarto. Suponiendo que el evento consistente en que un conductor vea cualquiera de los anuncios es independiente de si ha visto o no los demás; ¿cuál es la probabilidad de que

a) los cuatro anuncios sean vistos por un conductor escogido aleatoriamente?
b) El primero y el cuarto anuncios sean vistos, sin que el segundo y el tercero sean notados?
c) Exactamente uno de los anuncios sea visto?
d) Ninguno de los anuncios sea visto?
e) El tercero y cuarto anuncios no sean vistos?

	VISTO	NO VISTO
PRIMER ANUNCIO (P)	0,75	0,25
SEGUNDO ANUNCIO (S)	0,82	0,18
TERCER ANUNCIO (T)	0,87	0,13
CUARTO ANUNCIO (C)	0,9	0,1

a) P(P∩S∩T∩C) = 0,75 x 0,82 x 0,87 x 0,9

= 0,4815

b) P(P∩ no S∩ no T∩C) = 0,75 x 0,18 x 0,13 x 0,9
= 0,0158

c) Visto el primero y no los demás = 0,001755

Visto el segundo y no los demás = 0,002665

Visto el tercero y no los demás = 0,003915

Visto el cuarto y no los demás = 0,005265

Total ve solo un anuncio = 0,001755 + 0,002665 + 0,003915 + 0,005265 = 0,0136 o 1,36 %

d) P(P∩ S∩ no T∩ no C) = 0,75 x 0,82 x 0,13 x 0,1

= 0,000585

e) P(P∩ no S∩ no T∩C) = 0,75 x 0,18 x 0,13 x 0,9

= 0,007995 (revisar)